



Условия задач, ответы и критерии оценивания

1. Измерение отклонений (10 баллов)

Крюков П. А.

Сопротивление терморезистора сильно зависит от температуры (график показан на рисунке), поэтому их используют в точных измерителях отклонения температуры ΔT от заданного значения T_0 .

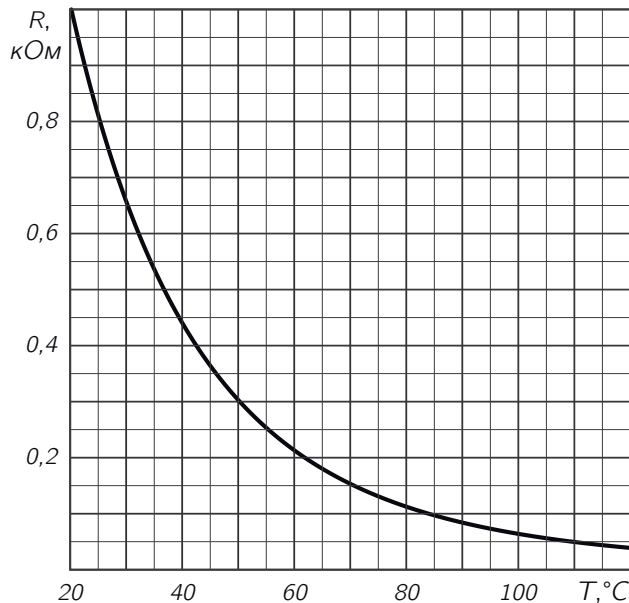
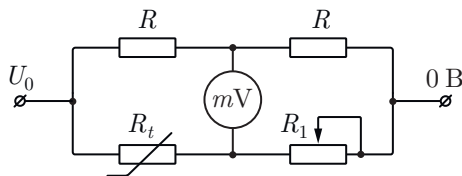


Схема измерителя показана на втором рисунке. Терморезистор обозначен R_t . Сопротивление переменного резистора R_1 можно изменять в диапазоне от 0 до 900 Ом. Выводы подключают к идеальному источнику с напряжением $U_0 = 6$ В. Перед началом измерения отклонения ΔT от температуры T_0 измеритель калибруют, подбирая сопротивление резистора R_1 так, чтобы идеальный стрелочный милливольтметр показывал ноль. В дальнейшем при изменении температуры на величину ΔT сопротивление терморезистора изменяется, милливольтметр показывает напряжение U .



1) Для температуры $T_0 = 50^\circ\text{C}$ определите зависимость $U(\Delta T)$, считая изменение сопротивления терморезистора малым. В области каких температур (высоких или низких) измеритель обеспечивает меньшую относительную погрешность измерения? (7 баллов)

Примечание. Может оказаться полезной приближённая формула $(1+x)^{-1} \approx 1-x$, справедливая для малых x ($x \ll 1$).

2) В каком диапазоне температур может работать данный измеритель, если нежелательно, чтобы на терморезисторе выделялась тепловая мощность больше $P_0 = 0,15$ Вт? (3 балла)

Ответ: 1) $U(\Delta T) = \frac{U_0 k}{4R_t(T_0)} \cdot \Delta T$,

$U(\Delta T) = \Delta T \cdot 50$ мВ/°С; меньшая относительная погрешность обеспечивается при низких температурах.

2) $23^\circ\text{C} < T < 100^\circ\text{C}$.

Критерии

1) Указано, что при калибровке сопротивление переменного резистора подбирается таким образом, что выполняется равенство $R_1 = R_t - 1$ балла.

2) Получена зависимость $U(\Delta R_t) - 1$ балла.

3) Зависимость $U(\Delta R_t)$ линеаризована, получена формула $U(\Delta R_t) = U_0 \cdot \frac{\Delta R_t}{4R_t(T_0)} - 1$ балла.

4) Значение коэффициента пропорциональности k в формуле $\Delta R_t = -k\Delta T$ найдено с использованием графика. Получено значение $k = 10$ Ом/°С ± 1 Ом/°С — 2 балла.

5) Получена зависимость $U(\Delta t) = \beta\Delta t$, при этом значение коэффициента β удовлетворяет неравенству 45 мВ/°С $< \beta < 55$ мВ/°С — 1 балла.

6) Доказательно объясняется (как в решении или другим образом), что меньшая относительная погрешность измерения наблюдается в области низких температур — 1 балла.

7) Указано, что нижняя граница диапазона возможных температур определяется максимальным сопротивлением резистора, а верхняя — максимально возможной мощностью, выделяющейся на терморезисторе, — 1 балла.

8) Получены числовые значения нижней и верхней границ интервала температур: $T_{\min} = 22^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$, $T_{\max} = 100^\circ\text{C} \pm 5^\circ\text{C}$ — 2 балла. Если только одно значение найдено правильно — 1 балла.

2. Мальчик с шариком (10 баллов)

Варламов С. Д., Крюков П. А.

Мальчик Влад бежит по кругу, держа в руке конец нитки длиной $2\sqrt{2}$ м, к другому концу которой прикреплен небольшой надувной шарик с гелием внутри. Один круг Влад пробегает за 2π секунд. Рука, держащая нить, движется по окружности радиусом 2 м. Шарик движется по окружности такого же радиуса на 2 метра выше руки по вертикали. С какой установившейся скоростью будет взлетать шарик, если нить отпустить.

Можно считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости, а радиус шарика много меньше длины нити. Ускорение свободного падения равно $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $u = \sqrt{\frac{8}{\sqrt{3}}} \text{ м/с} \approx 2,1 \text{ м/с}$.

Критерии

- 1) Сделан рисунок, указаны силы, или (при отсутствии рисунка) все действующие на шарик силы описаны словами — *1 балл*.
 - 2) Сделан анализ геометрии, найдены углы: $\alpha = 45^\circ$ (угол между ниткой и вертикалью), $\beta = 60^\circ$ (угол между горизонтальной проекцией силы натяжения и радиусом) — *2 балла*. Если верно найден только один из углов — *1 балл*.
 - 3) Верно записан второй закон Ньютона в проекции на вертикальное направление — *2 балла*.
 - 4) Верно записан второй закон Ньютона в проекции на тангенциальное направление (вдоль скорости) — *2 балла*.
- Внимание! Если в п. 2) углы найдены неверно, но уравнения из п. 3), 4) записаны правильно, за эти пункты выставляются полные баллы.
- 5) Из уравнений второго закона Ньютона исключена сила натяжения, получено уравнение, связывающее силу Архимеда, силу тяжести и скорость движения — *1 балл*.
 - 6) Записано уравнение второго закона Ньютона для шарика, движущегося вверх с установившейся скоростью, — *1 балл*.
 - 7) Получен верный числовой ответ — *1 балл*.

3. Эолипил (10 баллов)

Ромашка М. Ю.

Эолипил (паровой двигатель, изобретённый в Древней Греции) представляет собой металлический котёл с двумя трубками на крышке, на которых, как на оси, может вращаться турбина в виде полого шара с двумя одинаковыми Г-образными патрубками (соплами). В котел заливают воду, герметично закрывают его и ставят на огонь. Образовавшийся при кипении водяной пар по трубкам поступает в шар и выходит с большой скоростью через сопла, заставляя шар вращаться (см. рисунок из «Википедии»). Пусть мощность подвода тепла к воде равна $P = 1 \text{ кВт}$, площадь сечения патрубка $S = 0,1 \text{ см}^2$, а расстояние от сопла до оси вращения $d = 10 \text{ см}$. Считайте, что из сопла выходит насыщенный пар при атмосферном давлении, равном $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. Трением в оси и сопротивлением воздуха можно пренебречь.

- 1) Определите момент сил, действующих на шар со стороны пара, если шар зафиксирован.



- 2) Какое максимальное количество оборотов в минуту будет делать шар, если ему позволить свободно вращаться?

Ответ: 1) $M = \frac{P^2 R T_0 d}{2 S p_0 \mu L^2} \approx 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$;

2) $n_{\max} = \frac{15 P R T_0}{\pi p_0 \mu L S d} \approx 3700 \text{ об/м}$.

Критерии

- 1) Получено выражение $F = \rho S u^2$ для реактивной силы, действующей на один патрубок, — *1 балл*.
- 2) Найдена плотность пара на выходе из сопла (получена верная формула или число) — *1 балл*.
- 3) Получено соотношение, связывающее скорость пара, выходящего из носика и мощность подвода тепла, — *2 балла*.
- 4) Найдено выражение для силы, получен ответ для момента силы, — *2 балла = 1 балл + 1 балл*.
- 5) Указано, что максимальная скорость вращения достигается, когда скорость пара, выходящего из сопла, относительно земли равна нулю — *3 балла*.
- 6) Получен верный ответ для максимального количества оборотов — *1 балл*.

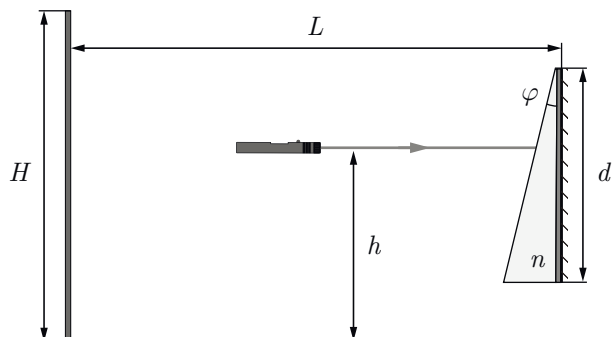
4. Автомобильное зеркало (10 баллов)

Бычков А. И.

При падении света на границу раздела воздух-стекло (показатель преломления стекла равен $n = 1,5$) под малым углом к нормали доля, равная $R = 4\%$, энергии падающего излучения отражается, а $T = 96\%$ энергии проходит во вторую среду. При этом не важно, в какую сторону распространяется свет: из воздуха в стекло или из стекла в воздух.

К идеальному зеркалу (отражающему весь падающий свет) прислонили стеклянный клин (призму) размером $d = 10 \text{ см}$ с малым углом $\varphi = 0,06 \text{ рад}$ при вершине (см. рисунок). На призму падает лазерный луч, направленный по нормали к зеркалу. При этом на экране высотой

$H = 40$ см, расположенном параллельно зеркалу на расстоянии $L = 1$ м от него, наблюдают несколько пятен разной яркости. Показатель преломления стекла равен $n = 1,5$. Расстояние от лазерного луча до нижнего края экрана по вертикали равно $h = 25$ см.



1) Найдите приближённо расстояние от верхнего края экрана до каждого пятна и подсчитайте долю энергии падающего излучения (в процентах, округлив до целых), приходящуюся на лучи, формирующие это пятно. Учтите, что приближённые соотношения: $\sin \alpha \approx \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ с хорошей точностью выполняются даже для углов около $0,4$ рад. (6 баллов)

2) На какой угол следует повернуть зеркало с призмой в плоскости рисунка, чтобы на месте самого яркого пятна оказалось другое, следующее по яркости? (3 балла)

3) Компания Chrysler в 1958 г. использовала зеркало с призмой в качестве зеркала заднего вида с двумя режимами работы. С помощью специального рычажка его можно было перевести из «дневного» режима в «ночной», так чтобы свет фар автомобилей, едущих сзади, отраженный зеркалом, не слепил водителя. Объясните принцип работы такого автомобильного зеркала. (1 балл)

Ответ: 1) Будет видно три пятна. $x_0 = 3$ см, $N_0 = 4\%$; $x_1 = 21$ см, $N_1 = 92\%$; $x_2 = 39$ см, $N_2 = 4\%$. 2) на угол $\varphi + \frac{\gamma_1}{2} = 0,09$ рад против часовой стрелки.

Критерии

1) Найдена доля энергии $N_0 = 4\%$, приходящаяся на лучи, формирующие верхнее пятно, — 0,3 балла.

2) Найдено расстояние от верхнего края экрана до верхнего пятна $x_0 = 3$ см — 0,4 балла.

3) Найден угол $\theta = \varphi - \frac{\varphi}{n}$, который составляет с горизонтом луч, после первого преломления на границе раздела — 1 балл.

4) Найдены углы падения отраженных лучей на границу раздела стекло-воздух: три значения ($\beta_1 = 0,08$, $\beta_2 = 0,20$, $\beta_3 = 0,32$) — 2 балла; два значения (β_1, β_2) — 1,5 балла; одно значение (β_1)

— 0,5 балла.

5) Найдено расстояние от верхнего края экрана до второго пятна $x_1 = 21$ см — 0,6 балла.

6) Найдено расстояние от верхнего края экрана до третьего пятна $x_0 = 39$ см — 0,6 балла.

7) Приведено аргументированное объяснение, что на экране всего три пятна — 0,3 балла.

8) Найдена доля энергии $N_1 = 92\%$, приходящаяся на лучи, формирующие среднее пятно — 0,4 балла.

9) Найдена доля энергии $N_2 = 4\%$, приходящаяся на лучи, формирующие нижнее пятно — 0,4 балла.

10) Найден угол (0,09 рад), на который нужно повернуть призму с зеркалом, чтобы на месте среднего яркого пятна оказалось верхнее «приглушённое» пятно — 3 балла.

11) В любом виде высказано соображение, что лучи, формирующие яркое изображение (92%), распространяются в направлении лица водителя, если зеркало «работает» в дневном режиме — 0,5 балла.

12) В любом виде высказано соображение, что в ночном режиме в глаз водителю попадает свет, формирующий одно из двух «приглушенных» отражений (4%) — 0,5 балла.

5. Морозильник с горячей стенкой

(10 баллов), Крюков П. А., Дергачёв А. А.

Задняя стенка не очень современного морозильника, на которой располагаются трубки конденсатора холодильной машины, работающей по обратному циклу Карно, греется, так что её средняя температура T_S в рабочем режиме выше температуры в комнате T_R . Внутри морозильной камеры холодильная машина поддерживает среднюю температуру $T_C = -23^\circ\text{C}$.

Известно, что в стационарном режиме, когда температура задней стенки и температура в камере установились, а температура в комнате не меняется со временем, мотор компрессора этого не очень современного морозильника работает без остановки.

В жару, когда температура в комнате поднимается до $T_R^{(0)} = +27^\circ\text{C}$, задняя стенка нагревается до $T_S^{(0)} = +47^\circ\text{C}$. Определите температуру задней стенки морозильника зимой в холодный день, когда температура воздуха в комнате уменьшается до значения $T_R^{(1)} = +17^\circ\text{C}$.

Мощность передачи тепла от горячего тела холодному (например, от воздуха в комнате холодильной камере через теплоизоляцию) пропорциональна разности соответствующих температур.

Ответ: $T_S^{(1)} \approx 32,3^\circ\text{C}$.

Критерии

- 1) Записано уравнение, описывающее теплообмен содержимого камеры с воздухом в комнате, — 1 балл.
- 2) Записано уравнение, описывающее теплообмен нагретой стенки с воздухом в комнате, — 1 балл.
- 3) Из формулы для КПД идеальной тепловой машины получено соотношение, связывающее мощность компрессора и мощность теплопередачи в комнату, — 1,5 балла.
- 4) Из формулы для КПД идеальной тепловой машины получено соотношение, связывающее мощность компрессора и мощность теплопередачи от нагретой стенки в комнату, — 1,5 балла.

- 5) Получено уравнение, связывающее температуру внутри камеры T_C , температуру задней стенки T_S и температуру воздуха в комнате T_C :

$$\frac{k_1}{k_2} \cdot \left(\frac{T_R}{T_C} - 1 \right) = 1 - \frac{T_R}{T_S},$$

- где k_1 и k_2 коэффициенты, описывающие теплопроводные свойства теплоизоляции и воздуха в комнате, — 3 балла.

- 6) Найдено верное значение отношения коэффициентов $\frac{k_1}{k_2} = \frac{5}{16} - 1$ балл.

- 7) Найдено верное значение температуры стенки в холодный день — 1 балл.